DELEGATION GENERALE POUR L'ARMEMENT

E.N.S.I.E.T.A. CONCOURS POUR LE RECRUTEMENT D'INGENIEURS DES ETUDES ET TECHNIQUES D'ARMEMENT 1978

MATHEMATIQUES I

Durée : 4 heures

2ème épreuve

Le problème se compose de quatre parties pratiquement indépendantes

P est un plan affine euclidien, rapporté à un repère orthonormé d'origine O, de base $(\vec{i}, \vec{j})$. On représentera un point M tel que : $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j}$ par ses coordonnées (x, y) ou par ses coordonnées polaires (r, θ) telles que :

$x = r \cos \theta$

$y = r \sin \theta$

$r \geqslant 0$, θ défini pour $r \neq 0$, à 2π près.

Dans tout le problème, $[C_m]$ désigne la famille des courbes C_m, où C_m est l'ensemble des points vérifiant la relation:

$r^2 = \cos 2\theta + m$ (m constante réelle)

- I -

I.1 - Pour quelles valeurs de m la courbe C_m existe-t-elle ?

I.2 - Identifier et construire la courbe C_1

I.3 - Etudier et construire la courbe C_0

I.4 - Donner l'allure générale de la courbe C_m en discutant selon les valeurs de m. Préciser pour quelles valeurs de m la courbe C_m admet des points d'inflexion.

.../...

I.5 - Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan P tels que, par M, il passe une courbe C_m tangente en M à une parallèle à $\vec{i}$.

- II -

II.1- Démontrer que les courbes C_m sont courbes intégrales d'une équation différentielle (E)

(E) : $f(x, y, dx, dy) = 0$

que l'on déterminera.

II.2- Retrouver à l'aide de (E) les résultats de la question I.5.

II.3- Calculer le rayon de courbure en H ($x = 0$, $y = h$, $h \neq 0$) de celle des courbes C_m qui passe par H. Les résultats obtenus sont-ils compatibles avec ceux de la question I.4 ?

- III -

t désigne le temps.

Un point M décrit C_m (avec $m > 1$). Son accélération a pour support la droite [C M]. Sa position à l'instant de date 0 est le point A ($y = 0$ $x = \sqrt{1 + m}$) Son mouvement est donc périodique.

La vitesse initiale est telle que

a) $\frac{d\theta}{dt} > 0$ pour $t = 0$

b) la période T du mouvement est 2π

Calculer la date du premier passage au point d'angle polaire θ_0 tel que :

$0 < \theta_0 < 2\pi$

- IV -

On désigne par Γ_m la courbe déduite de C_m par l'inversion de pôle O, et de puissance 1, qui associe au point $M \neq O$, le point M' de OM tel que $\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OM'} = 1$.

Identifier la courbe Γ_m . Retrouver à l'aide de l'étude de Γ_m, les résultats des questions I.1 et I.2.

-FIN-

www.tunisie-etudes.info

Ce document a été téléchargé depuis
www.tunisie-etudes.info

Des documents gratuits, devoirs, examens, cours, exercices, corrigés... Ainsi que toute une rubrique pour vous aider à trouver un emploi sans oublier les avis de concours en direct

Notre page Twitter :
http://www.twitter.com/TunisieEtudes
Notre page FaceBook :
http://www.facebook.com/TunisieEtudes



Merci d'avoir choisi www.tunisie-etudes.info
Bonne lecture et bon travail